МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Учреждение образования «Брестский государственный университет имени А. С. Пушкина»

Физико-математический факультет

Кафедра прикладной математики и информатики

**Курсовая работа**

**Информационная модель, учитывающая фундаментальные законы природы: Закон сохранения массы и закон сохранения импульса.**

Свирепа Артём Алексеевич

Студент 2 курса специальности

«Компьютерная физика»

Силаев Николай Васильевич

доцент кафедры прикладной

математики и информатики.

Брест 2020

**Оглавление**

[Введение 3](#_Toc41879901)

[Цели и задачи. 3](#_Toc41879902)

[Цель. 3](#_Toc41879903)

[Задачи 3](#_Toc41879904)

[Теоретическая часть 4](#_Toc41879905)

[Рассмотрение задачи 8](#_Toc41879906)

[Описание приложения 15](#_Toc41879907)

[Алгоритм построения графиков 19](#_Toc41879908)

[Код построения траектории 19](#_Toc41879909)

[Код построения графика зависимости высоты столба жидкости над отверстием от времени 21](#_Toc41879910)

[Список использованных источников 23](#_Toc41879911)

# **Введение.**

На данный момент компьютерные технологи позволяют моделировать различные законы, модели реальных объектов и различные мыслимые и немыслимые ситуации.

Моделью называется мысленное представление реального закона, реального тела или реальной ситуации, отражающее главные свойства исследуемого в процессе моделирования.

Материальные модели делятся на аналоговые и физические, которые основаны на аналогичных процессах к изучаемому телу или явлению.

Так же модели классифицируются на:

* Вербальные – используют последовательности предложений на формализованных диалектах естественного языка для описания той или иной области действительности.
* Математические – представление моделей по средствам математических методов и законов.
* Информационные – класс знаковых моделей, описывающих информационные процессы (возникновение, передачу, преобразование и использование информации) в системах самой разнообразной природы.

В данной работе рассматривается построение информационной модели, учитывающей закон сохранения массы и закон сохранения импульса.

# **Цели и задачи.**

## **Цель**: Рассмотрение закона сохранения массы и закон сохранения импульса как физических явлений с использованием языка программирования C#.

## **Задачи**:

1. Поиск подходящей физической модели основываясь на данных законах сохранения.
2. Решение физической задачи.
3. Построение приложения с использованием Windows Forms для визуализации построения рассматриваемой модели.

# **Теоретическая часть**.

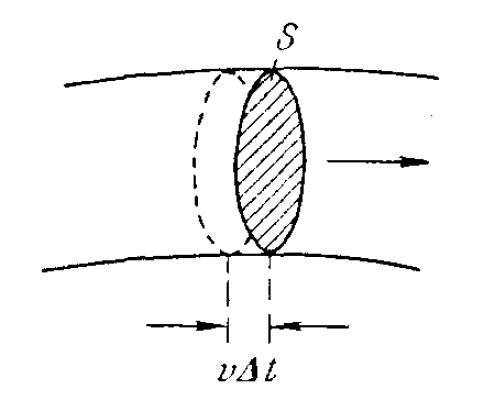
Закон сохранения массы – физический закон, согласно которому сохраняется масса вей физической системы в любых природных или искусственных процессах

В качестве одного из случая закона сохранения массы можно рассматривать **уравнение непрерывности**.

Так же, в гидродинамической литературе, уравнение, выражающее закон сохранения массы, называют ***уравнением неразрывности*** или ***условием неразрывности***, а в физической литературе, например, в курсе Ландау и Лифшица, Зельдовича и Райзера, данное уравнение называют ***уравнением непрерывности.*** В старой же литературе оно называлось ***уравнением сплошности***, но все три названия являются различными переводами названия уравнения введенным Эйлером – continuity equation.

Часть жидкости, ограниченная линиями тока, называется трубкой тока.

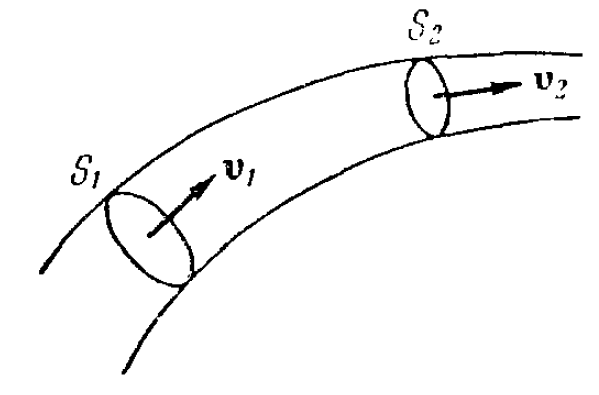
Возьмем сечение трубки тока S перпендикулярное касательным векторам скорости к поверхности трубки тока.



Возьмем предположение о том, что скорость движения частиц жидкости одинакова во всех точках данного сечения. Следовательно, за время Δt через сечение S пройдут все частицы с расстоянием в начальный момент равен. Это значит, что через сечение S пройдет объем жидкости равный:

Возьмем трубку тока, настолько тонкую, что скорость можно считать одинаковой в каждом сечении данной трубки.

Если жидкость несжимаема, то между сечениями и количество жидкости будет неизменным.

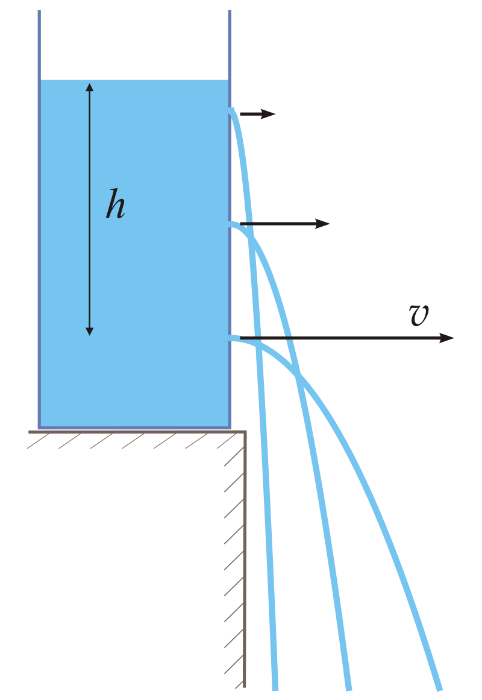


Следовательно, объемы жидкости, протекающие за единицу времени через сечения и должны быть неизменными:

Данный результат называется уравнением непрерывности.

Оно является частным выражением общего закона сохранения массы в классической механике. Название «уравнение неразрывности» в условиях постоянства плотности жидкости подчёркивает невозможность нарушения её однородности во всей области движения.

Для рассмотрения закона сохранения массы и закона сохранения массы при построении информационной модели, была выбрана одна из классических задач физики, задача о истечение жидкости через отверстие в стенке сосуда.



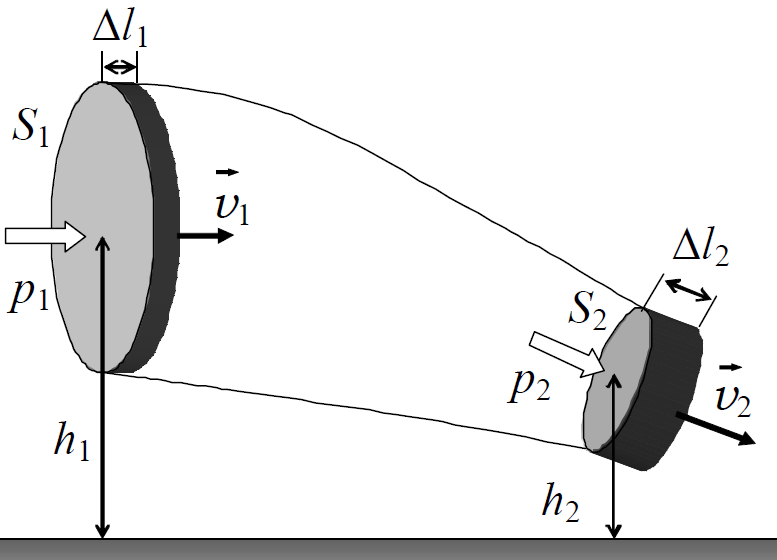
Вообще говоря, изучение движения реальных жидкостей и газов представляет очень сложную задачу. Поэтому будем рассматривать случай идеальной жидкости, в которой при любых движениях отсутствуют касательные и нормальные силы внутреннего трения.

Единственными поверхностными силами, которые могут действовать в идеальной жидкости – это силы нормального давления. Так же будем считать жидкость несжимаемой.

Согласно закону сохранения энергии для незамкнутой системы, работа внешних сил по перемещению жидкости массой превращается во внутреннюю энергию жидкости так, что

для любого поперечного сечения течения жидкости.

Если жидкость массой движется с постоянной скоростью на высоте над поверхностью Земли, то ее внутренняя энергия складывается из кинетической и потенциальной энергий:

**

Работа внешних сил по перемещению жидкости массой Δ на расстояние Δ пропорциональна внешнему давлению .

При этом за время жидкость движущаяся со скоростью переместится на расстояние

Масса жидкости, протекающая за время через сечение с постоянной скоростью , пропорциональна плотности жидкости

Тогда закон сохранения энергии имеет вид

И согласно уравнению непрерывности

Получим уравнение, выведенное швейцарским физиком Д. Бернулли, и оно называется **уравнением Бернулли:**

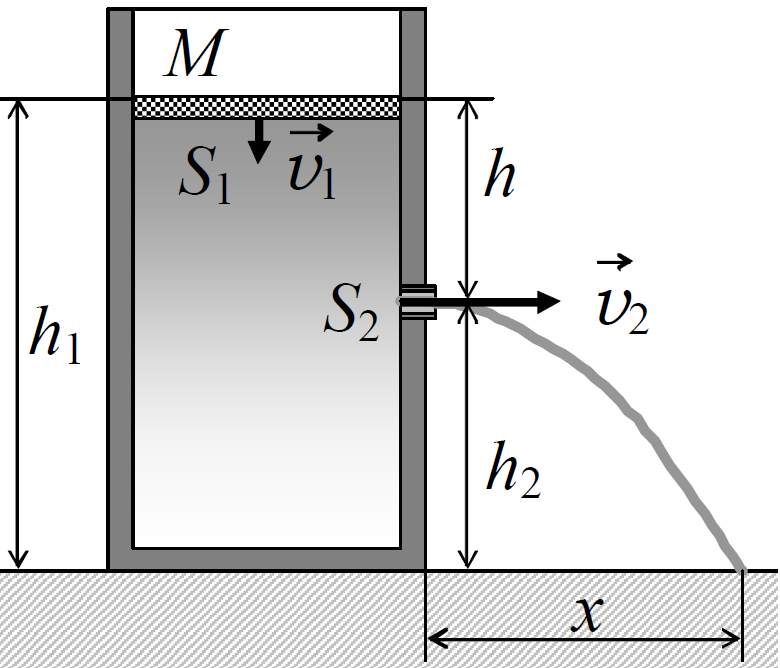
А также теорему Бернулли:

В уравнении Бернулли величину называют статическим давлением, величину – динамическим давлением, а величину – гидростатическим давлением.

## **Рассмотрение задачи.**

Теперь рассмотрим непосредственно задачу об **истечении жидкости через отверстие в стенке сосуда.**

Рассмотрим цилиндрический сосуд с площадью поперечного сечения , с жидкостью наполненной до высоты и с боковым отверстием с площадью находящимся на высоте от дна сосуда. Так же жидкость накрыта поршнем имеющим массу .



Исходя из уравнения Бернулли следует, что суммарное давление на поперечное сечение сосуда на высоте , а так же суммарное давление на сечение отверстия находящимся на высоте равны.

Так же, исходя из уравнения неразрывности можно получить выражение скорости уменьшения уровня жидкости

В общем случае, без учета поршня давления, действующие на поперечное сечение сосуда и отверстия в стенке сосуда равны между собой, т.к. они равны давлению действующего со стороны окружающей атмосферы.

Где – атмосферное давление.

Но рассмотрим случай, когда на поперечное сечение сосуда действует статическое давление большее чем атмосферное за счет действия силы тяжести поршня.

Тогда получим уравнение Бернулли вида

И учитывая то что отверстие много меньше чем поперечное сечение сосуда

Можно пренебречь выражением т.к. оно приблизительно равно 1.

Тогда скорость истечения жидкости из отверстия в стенке сосуда будет определяться выражением вида

Где .

Тогда в случае, рассмотренном выше, без поршня, накрывающего жидкость сверху, получаем формулу итальянского математика и физика, ученика Галилея Эванджелисты Торричелли.

И называется данное уравнение – уравнение Торричелли.

Т.е. в данном случае .

Далее для построения информационной модели понадобится найти зависимость высоты жидкости над отверстием от времени.

Т.к. высота будет уменьшаться за счет выливания из отверстия с течением времени, скорость вытекающей жидкости из отверстия будет изменяться с течением времени.

За промежуток времени через отверстие вытечет жидкость объемом

А весь объем жидкости в сосуде уменьшится на величину

Следовательно

И подставив в данное уравнение выражение для скорости , получим

Далее разделив переменные и проинтегрировав по времени от 0 до *t*, получим

И выразим теперь высоту

Где – высота столба жидкости над отверстием в начальный момент времени, а – высота столба жидкости в момент времени .

А также получим выражение для времени за которое изменится высота столба жидкости от высоты до высоты , на котором находится отверстие, подставив в выражение зависимости высоты .

Жидкость, вытекая из отверстия в сосуде, имеет горизонтально направленную скорость. Если площадь поперечного сечения отверстия мала, и сопротивлением воздуха можно пренебречь, струю жидкости, покинувшую сосуд, можно описать как совокупность независимых материальных точек, вылетающих из отверстия с горизонтально направленной скоростью. Тогда, при данных условия, струя под действием силы тяжести будет двигаться по параболе. Следовательно время падения жидкости от отверстия на высоте до падения на горизонтальную поверхность будет равно

А также расстояние от сосуда до точки падения равняется

Расстояние от сосуда до точки падения жидкости также зависит от времени. Подставим выражение для и для , следовательно получим зависимость расстояния от сосуда до точки падения жидкости на горизонтальную поверхность от времени уменьшения высоты столба жидкости до высоты отверстия .

Следовательно, максимальное расстояние от сосуда до точки падения жидкости на поверхность будет в момент времени и будет равен:

Где в момент времени , будет равен .

А зависимость координаты от времени можно рассматривать как для тела брошенного горизонтально со скоростью пренебрегая сопротивлением воздуха.

Выше рассмотренное больше относится к закону сохранения массы и закону сохранения энергии. Для того чтоб в данной модели рассмотреть закон сохранения импульса рассмотрим создаваемую реактивную силу струей вытекающей жидкости из сосуда.

За промежуток времени будет вытекать жидкость массой , следовательно создаваемый импульс будет равен:

Где – скорость вытекающей жидкости из отверстия.

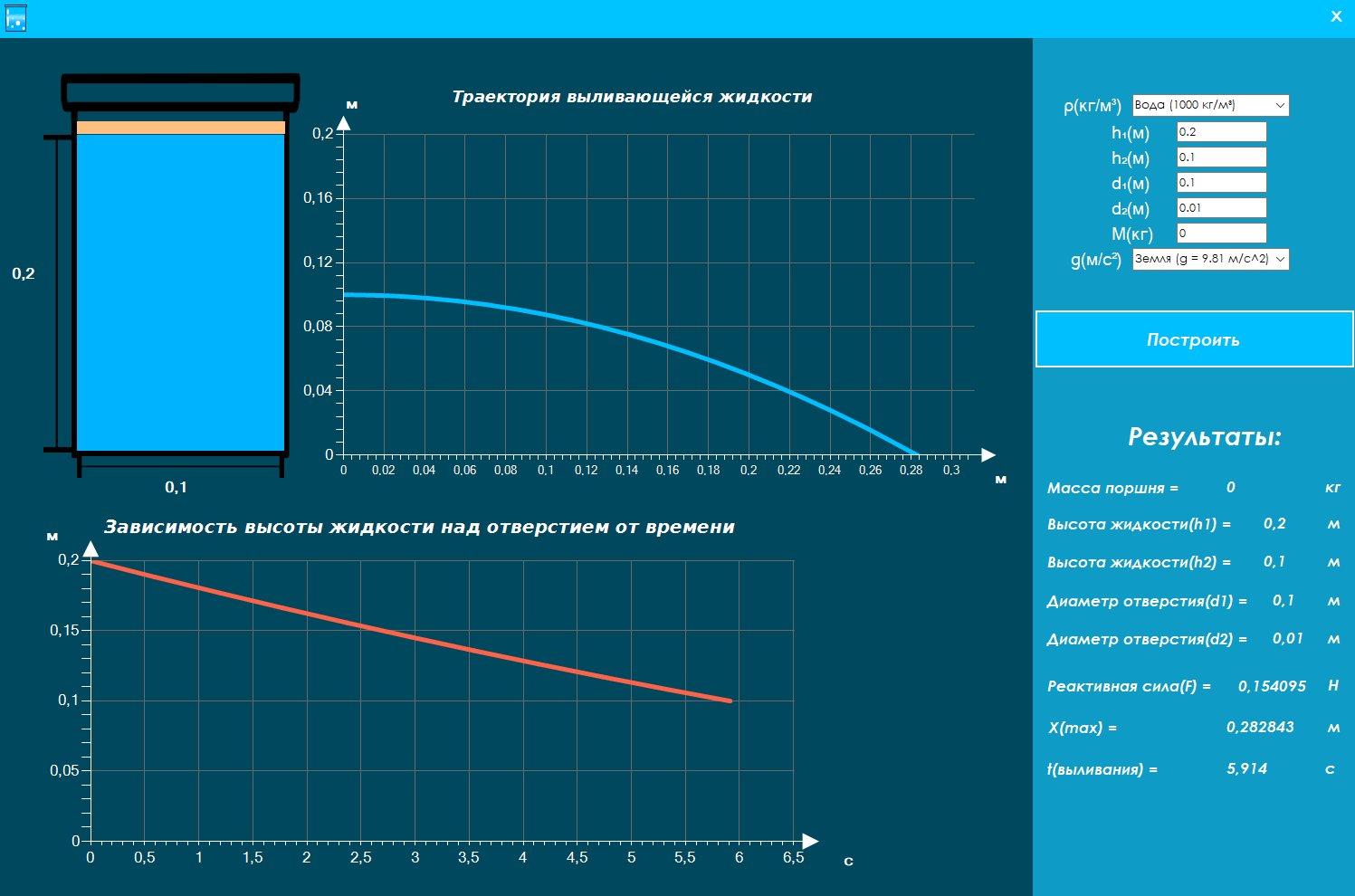
Исходя из уравнения неразрывности, получим

Исходя из второго закона Ньютона, реактивная сила равна:

# **Описание приложения.**

Приложение написано на языке программирования C# с использованием интерфейса программирования приложений Windows Forms.

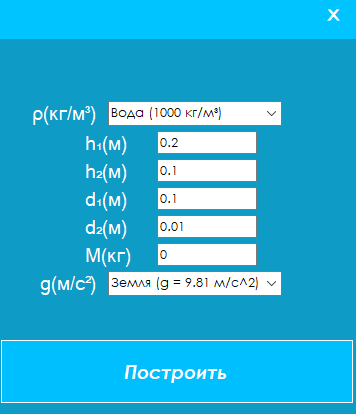
Приложение представляет собой окно с визуальным представлением сосуда, визуализацией траектории выливания жидкости из сосуда, график зависимости высоты столба жидкости над отверстием от времени.



**Так же для рассмотрения модели при различных входных параметрах, имеются поля ввода параметров:**

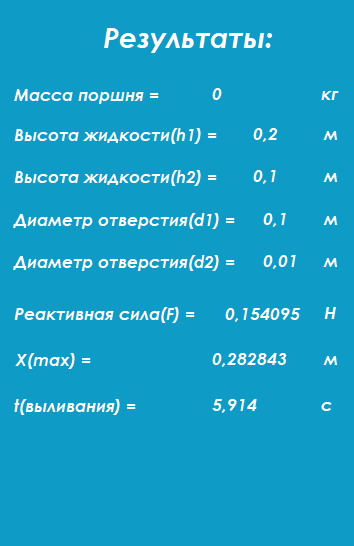
1. Плотности жидкости;
2. Параметров сосуда;
   1. – вся высота столба жидкости от дна сосуда;
   2. – высота отверстия от дна сосуда;
   3. – диаметр сосуда;
   4. – диаметр отверстия.
3. M – масса поршня;
4. g – ускорение свободного падения.

**Все значения вводятся в системе СИ, т.е. длина в метрах, масса в кг и т.д.**



**И есть вывод результатов параметров модели:**

1. Параметров сосуда;
   1. – вся высота столба жидкости от дна сосуда;
   2. – высота отверстия от дна сосуда;
   3. – диаметр сосуда;
   4. – диаметр отверстия.
2. M – масса поршня использованная в моделировании;
3. – Реактивная сила струи жидкости;
4. X(max) – максимальное расстояние от сосуда до точки падения жидкости;
5. – время за которое высота столба жидкости опустится до высоты отверстия.

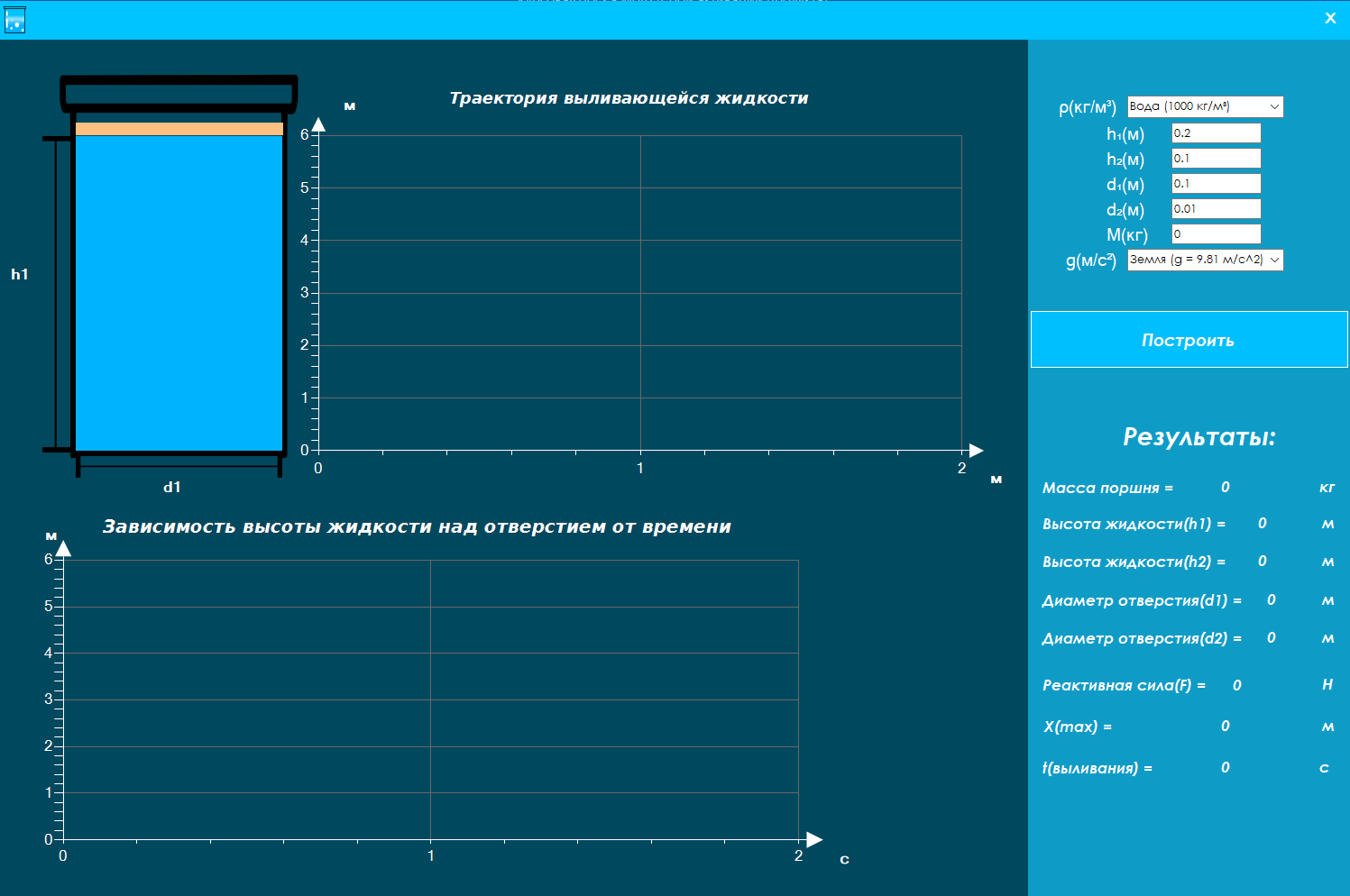


Так же есть визуализация непосредственно сосуда с жидкостью и поршнем.

На схематическом рисунке отмечаются высота жидкости (слева от рисунка) в метрах и диаметр сосуда (внизу рисунка), так же в метрах.



При запуске приложения значения параметров установлены по умолчанию. Они являются примером построения модели.



Для построения графиков нужно нажать кнопку «Построить».



## **Алгоритм построения графиков:**

## **Код построения траектории:**

private void PlotTrajectGraph(double p, double h1, double h2, double d1, double d2, double M, double g)

{

TrajectGraph.Series[0].Points.Clear();

TrajectGraph.ChartAreas[0].AxisX.Minimum = 0;

TrajectGraph.ChartAreas[0].AxisY.Minimum = 0;

double t\_fall;

double x;

double y;

double h;

double s1;

double s2;

double F;

try

{

s1 = (Math.PI \* d1 \* d1) / 4;

s2 = (Math.PI \* d2 \* d2) / 4;

if (h1 == h2)

{

throw new Exception("h1 = h2");

}

else if (h2 > h1)

{

throw new Exception("h1 не может быть меньше чем h2!");

}

F = p \* (2 \* g \* h2 + ((2 \* M \* g) / (p \* s1))) \* s2;

F\_res.Text = Math.Round(F, 6).ToString();

h = h1 - h2;

t\_fall = Math.Sqrt((2 \* h2) / g);

x = Math.Sqrt((2 \* g \* h1) + (2 \* M \* g) / (p \* s1)) \* t\_fall;

Xmax.Text = Math.Round(x, 6).ToString();

y = h2;

TrajectGraph.ChartAreas[0].AxisY.Maximum = h1;

double xTemp = 0;

double tTemp = 0;

while (xTemp < x && tTemp < t\_fall)

{

TrajectGraph.Series[0].Points.AddXY(xTemp, y);

xTemp += x / 10;

tTemp += t\_fall / 10;

y = h2 - ((g \* (tTemp \* tTemp)) / 2);

if (xTemp >= x)

{

TrajectGraph.Series[0].Points.AddXY(x, 0);

}

}

TrajectGraph.Series[0].Points.AddXY(x, 0);

}

catch (Exception ex)

{

MessageBox.Show(ex.Message);

}

}

Данный код визуализирует график опираясь на формулы:

## **Код построения графика зависимости высоты столба жидкости над отверстием от времени:**

private void PlotHeightGraph(double p, double h1, double h2, double d1, double d2, double M, double g)

{

HeightDepend.Series[0].Points.Clear();

HeightDepend.ChartAreas[0].AxisX.Minimum = 0;

HeightDepend.ChartAreas[0].AxisY.Minimum = 0;

double x, y, h, s1, s2;

double delta\_t = 0.1;

double t = 0;

double t\_max = 0;

double temp1, temp2, temp3;

try

{

s1 = (Math.PI \* d1 \* d1) / 4;

s2 = (Math.PI \* d2 \* d2) / 4;

t\_max = (Math.Sqrt(h1 + M / (p \* s1)) - Math.Sqrt(h2 + M / (p \* s1))) \* s1 / (s2 \* Math.Sqrt(g / 2));

TimeOfEmpty.Text = Math.Round(t\_max, 3).ToString();

delta\_t = t\_max / 10;

if (h1 == h2)

{

throw new Exception("h1 = h2");

}

else if (h2 > h1) { throw new Exception("h1 не может быть меньше чем h2!"); }

if (g > 0 && d1 > d2 && d2 <= d1 / 10 && d2 > d1 / 100)

{

temp3 = M / (p \* s1);

temp1 = Math.Sqrt(h1 + temp3);

temp2 = (s2 / s1) \* Math.Sqrt(g / 2) \* t;

y = Math.Pow(temp1 - temp2, 2) - temp3;

HeightDepend.Series[0].Points.AddXY(0d, y);

t += delta\_t;

while (y > (h2 + 0.0001))

{

y = Math.Pow((temp1 - (s2 / s1) \* Math.Sqrt(g / 2) \* t), 2) - temp3;

HeightDepend.Series[0].Points.AddXY(t, y);

t += delta\_t;

}

}

else

{

HeightDepend.Series[0].Points.AddY(h1);

throw new Exception("d1/10 < d2 < d1/100" +

"\ng должно быть больше нуля, т.к при g = 0 " +

"\nне будет корректных значений.");

}

}

catch (Exception ex)

{

MessageBox.Show(ex.Message);

}

}

Данный код визуализирует график опираясь на формулы:

# **Список использованных источников.**

1. Савельев И.В. Курс физики. т.1. Механика. Молекулярная физика. \ М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. —352 с.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц Теоретическая физика. МЕХАНИКА. 4-е изд., испр. -М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 216 с.
3. Д.В. Сивухин. Общий Курс Физики \ Механика. т. I \ М.: Наука, 1979, - 520 с.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. ГИДРОДИНАМИКА. Теоретическая физика: т.VI. (3-е изд., перераб. -М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. -736 с.)
5. В. С. Волькенштейн. 11-е изд., перераб. — М.: Наука Сборник задач по общему курсу физики».